

平成 27 年度

[数 学]

問題用紙

試験時間	90分
問題用紙	1～6頁

注意事項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても、または試験を放棄する場合でも、試験終了までは退場できない。
4. 机上には、受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆、シャープペンシル、消しゴムのみとする。
(コンパス、定規等は使用できない。)
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は、監督者の許可を得ること。
7. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
8. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
9. この問題用紙の余白は草稿等に自由に用いてよい。
10. 耳栓の使用はできない。
11. 携帯電話等の電源は必ず切り、鞆の中にしまうこと。
12. 質問、用便、中途退室など用件のある場合は、無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
13. 受験中不正行為があった場合は、試験の一切を無効とし、試験終了時間まで別室で待機を命じる。
14. 退室時は、試験問題および解答用紙を裏返しにすること。
15. 試験終了後、問題用紙は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

[I] 次の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

問1 正三角形 ABC の頂点上を点 P が次の規則 ①, ② にしたがって移動する：

- ① 時刻 0 に P は A にいる。
- ② 1 秒ごとに, P は確率 $\frac{1}{4}$ で今いる頂点にとどまり, 等確率で今いる頂点以外の他の 2 頂点のどちらかに移動する。

n 秒後に P が A にいる確率を p_n とし, $p = \lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ とするとき, 以下の各問いに答えよ。

- (1) p_n を用いて p_{n+1} を表せ。
- (2) p_n を n の式で表せ。
- (3) p の値を求めよ。
- (4) 不等式 $|p_n - p| < 5^{-20}$ を満たす最小の n の値を求めよ。ただし必要ならば, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ であることは用いてよい。

問2 O を原点とする座標平面において, 点 (x, y) が 3 つの不等式

$$y \geq \frac{1}{2}x - 1, \quad y \geq 2x - 7, \quad y \leq -x^2 + 8x - 12$$

を満たしているとき, 以下の各問いに答えよ。

- (1) $\frac{y+1}{(x+1)^2}$ の最大値, 最小値と, それらを与える点 (x, y) をそれぞれ求めよ。
- (2) $\frac{y+1}{(x+1)^2} + \frac{(x+1)^2}{y+1}$ の最大値, 最小値を求めよ。

[II] 次の極限值を求めよ。ただし、答えはなるべく簡単な形で求め、分母は有理化せよ。

問 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n + \frac{1}{2}} + \frac{1}{n + \frac{2}{2}} + \frac{1}{n + \frac{3}{2}} + \cdots + \frac{1}{2n} \right)$$

問 2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n + \frac{1}{2}} + \frac{1}{n + \frac{3}{2}} + \frac{1}{n + \frac{5}{2}} + \cdots + \frac{2}{6n - 1} \right)$$

問 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left\{ \left(1 + \sin \frac{n\pi}{2n} \right)^{\sin \frac{n\pi}{n}} \left(1 + \sin \frac{(n+1)\pi}{2n} \right)^{\sin \frac{(n+1)\pi}{n}} \left(1 + \sin \frac{(n+2)\pi}{2n} \right)^{\sin \frac{(n+2)\pi}{n}} \cdots \right. \right. \\ \left. \left. \cdots \left(1 + \sin \frac{3\pi}{4} \right)^{\sin \frac{3\pi}{2}} \right\}^{\frac{1}{n}} \right)$$

[III] 放物線 $y = x^2 - nx$ と直線 $y = mx$ とで囲まれる部分を D_n とする。ただし n, m は

$$n > 1, \quad m > 0, \quad n > m, \quad n > \frac{1}{m}$$

を満たす実数の定数とする。

問1 D_n を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積 V_n の値を, n, m を用いて表せ。

問2 D_n を直線 $y = mx$ のまわりに回転してできる回転体の体積 W_n の値を, n, m を用いて表せ。

問3 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{V_n}{W_n}$ の値を, m を用いて表せ。

問題訂正 (数学)

問題用紙 3 ページ [II]

・問題文冒頭に関して

誤：次の極限值を求めよ。ただし，答えはなるべく簡単な形で求め，分母は有理化せよ。

正：次の極限值を求めよ。

・問3 の \lim の中の最後の項に関して

誤： $\dots \left(1 + \sin \frac{3\pi}{4} \right)^{\sin \frac{3\pi}{2}} \left. \vphantom{\left(1 + \sin \frac{3\pi}{4} \right)^{\sin \frac{3\pi}{2}}} \right\}^{\frac{1}{n}}$

正： $\dots \left(1 + \sin \pi \right)^{\sin 2\pi} \left. \vphantom{\left(1 + \sin \pi \right)^{\sin 2\pi}} \right\}^{\frac{1}{n}}$