

問1 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 次の和を求めよ。 $4 + 7 \cdot 4 + 10 \cdot 4^2 + \cdots + (3n + 1) \cdot 4^{n-1}$

(2)  $i$  を虚数単位とすると、 $\sum_{k=1}^{2017} \left( \frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{2k}$  の値を求めよ。

(3) 1個のさいころを  $n$  回投げるとき、少なくとも1回は6の目が出る確率を  $p_n$  とする。このとき、 $p_n \geq 0.95$  となる最小の  $n$  の値を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

(4)  $\sin(x+y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\cos(x-y) = \frac{2}{\sqrt{5}}$  であるとき、 $\sin 2x \sin 2y$  の値を求めよ。

問2 箱の中に1から  $n$  までの数字が1つずつかかれた  $n$  枚のカードがある。この箱の中から1枚のカードを取り出して、数字を確かめてからもとにもどす。この試行を3回繰り返し、1回目、2回目、3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  とするとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1)  $X = Y < Z$  になる場合の数を求めよ。

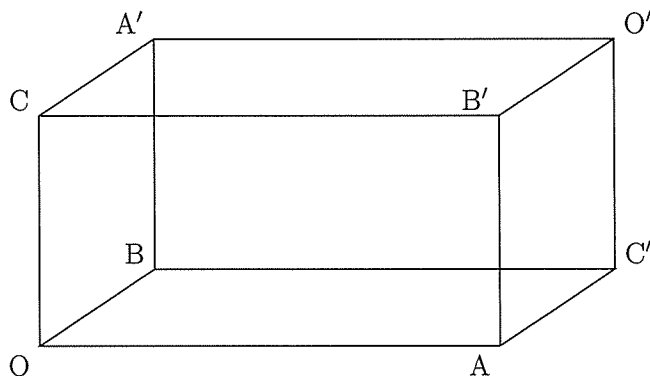
(2)  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  のうち、少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ。

(3)  $X < Y < Z$  になる場合の数を求めよ。

問3  $xy$  平面上の放物線  $y = x^2 + 1$  を  $C_1$ , 直線  $y = 2x$  を  $l$ ,  $C_1$  と  $l$  の接点を  $P$ , 放物線  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a < 0, b < 0, a, b, c$  は定数) を  $C_2$  とする。 $C_2$  は点  $P$  を通るものとする。また,  $C_1$  と  $C_2$  によって囲まれた図形の面積を  $S_1$  とし,  $C_2$  と  $l$  によって囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。このとき次の各問に答えよ。ただし, (1), (2), (3) については答のみ解答欄に記入せよ。

- (1) 点  $P$  の座標を求めよ。
- (2) 点  $P$  とは異なる  $C_1$  と  $C_2$  の交点の  $x$  座標を  $\alpha$  とおく。 $\alpha$  を  $a, b$  の式で表せ。
- (3) 点  $P$  とは異なる  $C_2$  と  $l$  の交点の  $x$  座標を  $\beta$  とおく。 $\beta$  を  $a, b$  の式で表せ。
- (4)  $S_1 : S_2 = 1 : 2$  であるとき,  $a$  の値を求めよ。

問4 直方体  $OAC'B - CB'O'A'$  について、各辺の長さを  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$  とする。また、辺  $OA$  を  $p:(1-p)$  に内分する点を  $P$ , 辺  $OB$  を  $q:(1-q)$  に内分する点を  $Q$ , 辺  $OC$  を  $r:(1-r)$  に内分する点を  $R$  とする。ただし、 $0 < p < 1$ ,  $0 < q < 1$ ,  $0 < r < 1$  である。対角線  $OO'$  と  $\triangle PQR$  の交点を  $M$  とするとき、次の各問に答えよ。ただし、(1), (2) については答のみ解答欄に記入せよ。



- (1)  $OO'$  の長さを求めよ。
- (2)  $OM$  の長さを求めよ。
- (3)  $\triangle PQR$  の重心が点  $M$  と一致するとき、 $p:q:r$  を求めよ。
- (4)  $\triangle PQR$  の垂心が点  $M$  と一致するとき、 $p:q:r$  を求めよ。

[以下余白]