

【問 1】

(1) A, B, C, D の 4 人が集まり, 2 対 2 の組に分かれて遊ぶことになった. 組み分けは A, B, C, D の順に硬貨を投げて決める. 表が出たら赤組, 裏が出たら白組とする. いずれかの組が 2 人とも決まった時点で残りの人の組も確定するから, 全員が硬貨を投げるとは限らない.

いま, A は硬貨を投げ終えたものとする. ここで, B, C, D のそれぞれが A と同じ組になる確率を考えよう. 次の 1~5 のうち, 正しい記述は ア である.

1. A が赤組か白組かにより, B, C, D のうち誰が A と同じ組になる確率が大きいかは異なる.
2. A と同じ組になる確率は, B が C, D より大きい.
3. A と同じ組になる確率は, C が B, D より大きい.
4. A と同じ組になる確率は, D が B, C より大きい.
5. A と同じ組になる確率は, B, C, D の 3 人とも同じである.

(2) $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とするとき, 15^{50} は イ 桁の整数である. また, 15^{50} の最高位の数字は ウ である.

【問 2】

曲線 $y = 6x^3 - 3x$ と $y = \frac{3}{2}x^2 + a$ が共有点を持ち、さらにその点において、それぞれの曲線の接線が等しくなるような定数 a の値を小さい方から順に並べると、 $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、 $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ となる。

【問 3】

平面上に点 $O(0, 0)$, $A(-1, 1)$, $B(2, 1)$, $C(5, -2)$ がある。点 P が $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ をみたしながら動くとき、内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC}$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

【問 4】

数列 $\{a_n\}$ の第 n 項は, n を 3 で割ったときの余りの値であり, 数列 $\{b_n\}$ の第 n 項は, n を 4 で割ったときの余りの値である. $a_n + b_n + 6$ が 10 で割り切れるときの n の値を, 小さい方から順に並べてできる数列を $\{c_n\}$ とするとき, $c_9 = \boxed{\text{シ}}$, $c_{10} = \boxed{\text{ス}}$ である.

【問 5】

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD を，頂点 A を中心として時計の針の回転と逆の向きに θ ($0 < \theta < 90^\circ$) だけ回転してできる正方形を AB'C'D' とする．正方形 ABCD と AB'C'D' の重なった部分の面積が $\frac{2}{3}$ であるとき， $\sin \theta = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である．

[以 下 余 白]