前期　理系

平成30年度入学試験学力検査問題

理　科・地理歴史・数　学　※数学は，数理科学科志望者のみ

理学部，都市環境学部：地理環境学科―150分
都市環境学部(都市政策科学科 文系区分を除く)，
システムデザイン学部(インダストリアルアート学科を除く)　75分

答案用紙

・物　理　3枚	・化　学　3枚	・生　物　3枚
・地　学　2枚	・地　理　3枚	・数　学　3枚

注　　意

1. 監督員の合図があるまで，問題の内容を見てはいけません。
2. 数学は，筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
   ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

   (例)　受験番号　1234567X　の場合　⟶

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。なお，地学は裏面にも解答欄があるので注意してください。
   答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 字数指定の設問で解答欄にマス目が用意されている場合，アルファベット及び数字は，1マスに2字記入しても構いません。
6. 問題は次に示したページにあります。

・物　理　1ページ～8ページ	・化　学　9ページ～17ページ
・生　物　18ページ～34ページ	・地　学　35ページ～40ページ
・地　理　41ページ～49ページ	・数　学　50ページ～51ページ

7. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
8. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
9. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
10. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

数　　　学

1 以下の問いに答えなさい。

(1) $x = \tan\theta$ とおくことにより，定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ の値を求めなさい。

(2) k を0以上の整数とし，x を実数とする。次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$-x^{2k+2} \leqq \frac{1}{1+x^2} - \sum_{n=1}^{k+1}(-x^2)^{n-1} \leqq x^{2k+2}$$

(3) $\displaystyle\int_0^1 \sum_{n=1}^{k+1}(-x^2)^{n-1}\,dx = \sum_{n=1}^{k+1}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ であることと，(1)および(2)を利用して，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ の和を求めなさい。

2 a, b を $(a,\ b) \neq (0,\ 0)$ をみたす0以上の実数とし，xy 平面上の2点 A$(0,\ a)$ および B$(b,\ 0)$ を頂点とする正方形を ABCD とする。ただし，点 C または点 D は第1象限にあるとする。以下の問いに答えなさい。

(1) 点 C, D の座標をそれぞれ求めなさい。また，正方形 ABCD の周および内部が連立不等式

$$\begin{cases} 0 \leqq x \\ 0 \leqq y \\ y \leqq -2x + 4 \end{cases}$$

の表す領域に含まれるとき，点 $(a,\ b)$ の動く範囲を座標平面上に図示しなさい。

(2) 点 $(a,\ b)$ が(1)で求めた範囲を動くとき，正方形 ABCD の面積 S が最大となるような $(a,\ b)$ を求めなさい。また，そのときの S の値を求めなさい。

(3) 点 $(a,\ b)$ が(1)の範囲を動き，点 C または点 D のうち少なくとも一方が直線 $y = -2x + 4$ の上を動くとき，正方形 ABCD の面積 S が最小となるような $(a,\ b)$ を求めなさい。また，そのときの S の値を求めなさい。

3 以下の問いに答えなさい。

(1) 正の整数p, q, fおよび整数rが次の関係をみたしているとする。

$$p = fq + r$$

ただし，$0 \leqq r < q$とする。このとき整数dがpとqの公約数であることと，dがqとrの公約数であることは同値であることを示しなさい。

(2) 正の整数k, mの最大公約数を$\gcd(k,\ m)$で表す。p, qを，$p > q$をみたす正の整数とする。また，$n \geqq 2$とし，$2n-1$個の正の整数f_1, f_2, …, f_{n-1}, r_1, r_2, …, r_nが次の関係をみたしているとする。

$$\begin{aligned}
&p = r_1 \\
&q = r_2 \\
&r_1 = f_1 r_2 + r_3, \quad r_3 < r_2 \\
&r_2 = f_2 r_3 + r_4, \quad r_4 < r_3 \\
&\quad \vdots \\
&r_{n-2} = f_{n-2} r_{n-1} + r_n, \quad r_n < r_{n-1} \\
&r_{n-1} = f_{n-1} r_n
\end{aligned}$$

このとき，$\gcd(p,\ q) = \gcd(r_j,\ r_{j+1})$ $(j = 1, 2, \cdots, n-1)$が成り立つことをjに関する数学的帰納法で示しなさい。

(3) pとqを互いに素な正の整数とする。このとき，$ap + bq = 1$をみたす整数a, bが存在することを示しなさい。