



〈R02143616〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
  - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

	万	千	百	十	一
(例) 3825番⇒		3	8	2	5

- (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
- (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

1 ア～エ にあてはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (1)  $m, n$  を正の整数とする.  $n$  次関数  $f(x)$  が, 次の等式を満たしているとき,  $f(x) =$  ア である.

$$\int_0^x (x-t)^{m-1} f(t) dt = \{f(x)\}^m$$

- (2) 整数  $a, b, c, d$  は, 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たしている.

- (i)  $3 \leq a < b < c < d$   
(ii)  $a-d, b-c$  は 3 の倍数  
(iii)  $c^a - b^d$  は 3 の倍数ではない

このとき,  $a+b+c+d$  の最小値は イ である.

- (3) 次の条件 (i), (ii) を満たす実数  $\theta$  と数列  $\{a_n\}$  を考える.

- (i)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,  $a_1 = \tan \theta$ ,  $a_{2020} = 0$   
(ii) すべての正の整数  $n$  に対して,  $a_n \neq \frac{1}{\tan \theta}$ ,  $a_{n+1} = \frac{\tan \theta + a_n}{1 - a_n \tan \theta}$

このとき,  $\theta$  の最小値は ウ である.

- (4) 四面体  $OABC$  において,  $\cos \angle AOB = \frac{1}{5}$ ,  $\cos \angle AOC = -\frac{1}{3}$  であり, 面  $OAB$  と面  $OAC$  のなす角は  $\frac{\pi}{2}$  である.

このとき,  $\cos \angle BOC =$  エ である.

2  $a, b$  を実数とし,  $x$  の 2 次関数  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = 4x(1 - x)$$

とする. 次の設問に答えよ.

- (1)  $g(x) = x$  となる  $x$  の値をすべて求めよ.
- (2) 次の条件 (\*) を満たす  $f(x)$  をすべて求めよ.

(\*)  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$  である実数  $\alpha$  が存在して,  
0 以上のすべての整数  $n$  に対して,  $f(g^n(\alpha)) = g^n(\alpha)$  となる.

ただし,  $g^0(\alpha) = \alpha, g^{n+1}(\alpha) = g(g^n(\alpha))$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) とする.

3  $\{x_n\}$  を数列とする.  $1 \leq k \leq l$  である整数  $k, l$  に対して,  $\{x_n\}$  の第  $k$

項から第  $l$  項までの平均  $\frac{1}{l-k+1} \sum_{i=k}^l x_i$  を,  $m(k, l)$  と表す.

数列  $\{x_n\}$  に対して, 次の条件 (\*) を満たす 1 以上 100 以下の整数  $t$  全体の集合を  $S(\{x_n\})$  とする.

(\*)  $1 \leq k \leq t$  であるすべての整数  $k$  に対して,  $m(k, t) \geq 40$

次の設問に答えよ.

- (1) 数列  $\{x_n\}$  が, すべての正の整数  $n$  に対して,  $x_n = n$  であるとき,  $S(\{x_n\})$  の要素の個数を求めよ.
- (2)  $1 \leq k \leq l \leq 100$  である整数  $k, l$  が, 次の条件 (i), (ii) を満たすとする.
  - (i)  $k \neq 1$  のとき,  $k-1 \in S(\{x_n\})$
  - (ii)  $k \leq j \leq l$  であるすべての整数  $j$  に対し,  $j \notin S(\{x_n\})$

このとき,  $m(k, l) < 40$  であることを示せ.

- (3) 数列  $\{x_n\}$  が, すべての正の整数  $n$  に対して,  $0 \leq x_n \leq 100$  であり,  $m(1, 100) \geq 50$  であるとき,  $S(\{x_n\})$  の要素の個数の最小値を求めよ.

[以下余白]

記述解答用紙

<2020 R02143616>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) ・所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。  
 記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。  
 ・受験番号は上下の両欄に記入すること。

1

--	--

2

--	--

3

--	--

<2020 R02143616>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) ・所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。  
 記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。  
 ・受験番号は上下の両欄に記入すること。

数 学

採点欄

--

3

(1)

採点欄

--

1

(1)	(2)	(3)	(4)
ア	イ	ウ	エ

(2)

2

(1)

採点欄

--

(2)

この線で二つに折ること

(3)