

令和 2 年 3 月

一 橋 大 学

令和 2 年度一橋大学一般入試（前期日程）第二次試験

出題の意図等 【数学】

- * 解答方針は下記に述べたもの以外にもありうる。
- * 採点は論述のされ方も対象としている。
- * 本文書への問い合わせには一切応じない。

1 整数の性質について問う問題である。

(1) 筆算を用いて 10 の 10 乗を 2020 で割る割り算を実行してもできるが、二項定理を用いたり、10 の n 乗の余りを順に考えたりなど、様々な解答が考えられる。いずれにしても、この小問を解くことで (2) を解く上での法則性が見えてくる。

(2) 各位の数の和が 2 となる 100 桁の数は、 $10^{99} + 10^k$ ($0 \leq k \leq 99$) と置ける。 k が 2 以上のときに 2020 で割った余りが周期 4 で循環することから証明することができる。2020 で割れるという性質を、20 で割れ、かつ 101 で割れる、と考えると扱いやすくなる。

整数の剰余の性質などの基本的事項について理解しているか、また、具体例から一般的な性質を導き出すことができるか確認するために出題した。

2 三角関数を含んだ方程式の解の個数に関する問題である。

\tan の倍角の公式を用い、さらに $\tan \theta$ を特定の変数で置き換えることで、2 次方程式の解の個数を求める問題に帰着される。この際、解の範囲について吟味が必要であり、また、変換後の方程式の解と元の方程式の解の関係についても吟味が必要である。

三角関数の性質や 2 次方程式が特定の範囲に解を持つ条件など、基本的な事項について理解しているか確認するために出題した。

3 平面ベクトルの内積の範囲に関する問題である。

角度や長さ、座標などの図形的な量を変数として置き、3点が円周上にあるという条件を考慮しながら内積の動く範囲を考えれば解くことができる。内積の最大値についてはそれほど難しくないが、最小値の方は少々吟味が必要である。円周上の点を、三角関数を用いて表した場合には、三角関数に関する公式等を用いて変形することで最小値を求めることができる。また、円の性質と内積の図形的な意味を考えることにより求めることもできる。

内積の図形的な意味を理解しているか、また、図形の情報適切に定量化できるかを確認するために出題した。

4 定積分によって定まる関数の最小値を求める問題である。

被積分関数に絶対値が含まれ、また、積分範囲にも変数が入っているため、絶対値の中身の符号が変化する場合は、積分範囲を分けて考えることにより、 $F(x)$ の具体的な形を計算することができる。あとは相加相乗平均の関係などを用いて最小値を求めればよい。

絶対値を含む定積分について適切に場合分けし、計算できるか確認するために出題した。

5 硬貨を投げる反復試行により定まる確率に関する問題である。

硬貨の裏表の出方により、投げる回数が一定しない点に注意が必要である。

(1) 樹形図を描くなどして解き、法則性を考えることにより、 p_{n+2} を、 p_{n+1} および p_n を用いて表す漸化式が得られる。

(2) 得られた漸化式を変形することで $p_{n+1} - p_n$ の大きさを考えることができる。漸化式を解くことで p_n の一般項を具体的に求めてもよい。

確率によって定まる状況設定を正確に理解し、数式で表現することができるか確認するために出題した。