

[I] 図 I-1 のように、正電荷 $+q$ で一様に帯電した断面積 S の導体極板が 2 枚、真空中に向かい合わせに置かれている。2 枚の極板は中心でバネ定数 k 、自然長 l のバネでつながれ、バネの伸び $\Delta l (> 0)$ による復元力 F_K と静電気力 (斥力) F_E がつりあって静止している。真空の誘電率を ϵ_0 とし、次の問いに答えよ。ただし、極板の端における電場の乱れはなく、極板から生ずる電気力線は極板と垂直方向に限られる。また、バネは電場に影響を及ぼさず、極板間の平行は常に保たれている。

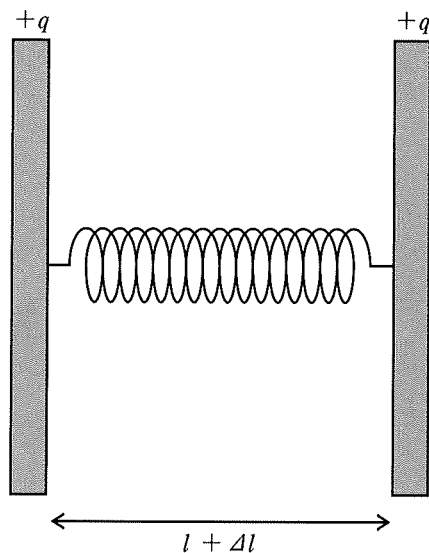


図 I-1

- 問1 1枚の極板から生ずる電気力線の総数 N と、電場の強さ E を ϵ_0 , S , q から必要な記号を用いて表せ。
- 問2 極板間に働く斥力 F_E の大きさを ϵ_0 , S , q を用いて表せ。
- 問3 バネの自然長からの伸び $\Delta l (> 0)$ を k , ϵ_0 , S , q を用いて表せ。

図 I-2 のように、滑らかに動くピストンで理想気体 1 [mol] を封入した断面積 S のシリンダーがある。ピストンおよびシリンダーの内壁は断熱材で構成されるが、ヒータで外部と熱のやり取りができる。気体のある空間と反対側のピストン側面と、シリンダーの右壁に囲まれた空間は真空である。ピストンには正電荷 $+q$ に帯電した面積 S の導体極板が接着されている。また、シリンダー右壁にも導体極板が固定され、両極板間には静電気力（斥力） F_E が働く。気体定数を R として次の問いに答えよ。

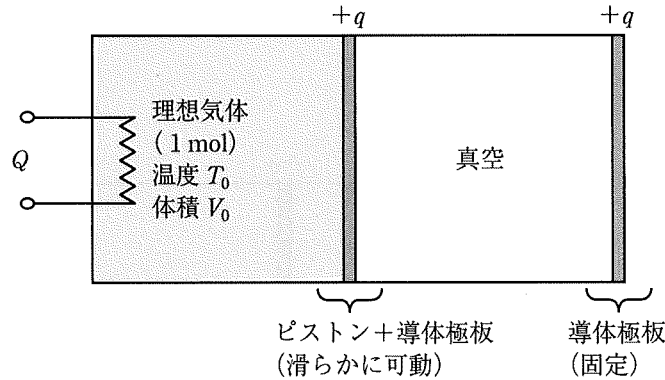


図 I-2

問 4 封入された気体の温度が T_0 に保たれている場合、ピストンが静止する位置での体積 V_0 を F_E , R , S , T_0 を用いて表せ。

次に理想気体に熱量 Q を流入して気体温度を T_1 ($T_1 > T_0$) まで上げたところ、気体の体積がはじめの 2 倍にまで増加した。

問 5 気体の内部エネルギーの増加分 ΔU を R , T_0 を用いて表せ。

問 6 気体が外にした仕事 W と熱量 Q を R , T_0 を用いて表せ。

ここで導体極板の間に図 I - 1 と同じバネを挟んだところ、バネの自然長からの伸びが $\Delta l_1 (> 0)$ のとき、ピストンはつり合いを保って静止した。このときの気体の温度を T_2 、体積を V_2 とする。

問 7 Δl_1 を F_E , k , R , S , T_2 , V_2 を用いて表せ。

つづいて、図 I - 3 のように、理想気体に熱量 $Q_1 (> 0)$ をゆっくり注入したところ、力のつり合いを保ったまま気体の体積がゆっくりと $V_3 (V_3 > V_2)$ まで膨張した。この変化の間、バネは自然長より伸びた状態にあり、常に復元力が働いている。

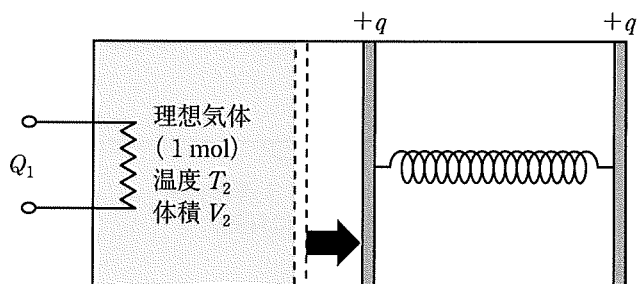


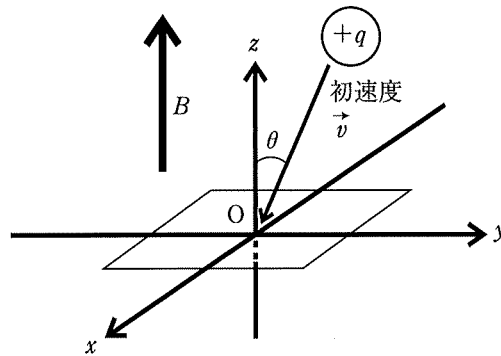
図 I - 3

問 8 気体の体積が $V (V_2 < V < V_3)$ のときの圧力 p を、 k , R , S , T_2 , V , V_2 を用いて表せ。

問 9 V_2 から V_3 への変化で気体がした仕事 W_1 を、 k , R , S , T_2 , V_2 , V_3 を用いて表せ。

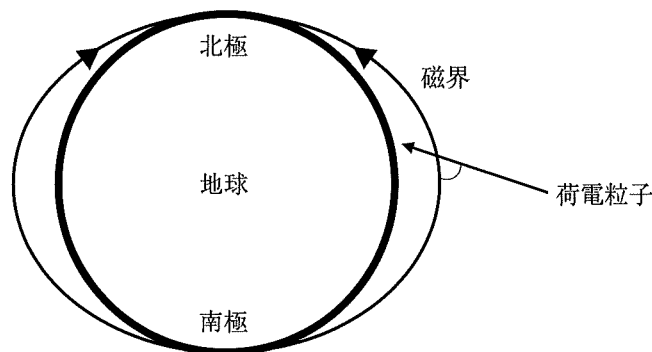
[II] 図II-1のように、 z 軸と平行に磁束密度 B の磁界があるとする。そこに、荷電粒子（正イオン、電荷 q 、質量 m ）が、 z 軸に対して θ ($0 < \theta < 90^\circ$) の角度で初速度 \vec{v} で入射する場合を考える。ただし、荷電粒子にかかる重力は無視できるものとする。 v を \vec{v} の大きさとしたとき、 \vec{v} を磁界に平行な成分と垂直な成分に分解して考えてみよう。

荷電粒子は、 z 軸方向には という力を受けないので、 z 軸方向には 運動をするのみなせる。一方、 x - y 平面に沿った方向には という大きさの を受けるので、 x - y 平面に沿った方向では等速円運動をするのみなせる。また、この等速円運動の半径は で、周期は と表せる。したがって、荷電粒子は3次元的には 運動をすることがわかる。



図II-1

このことを地球にあてはめてみる。図II-2のように、宇宙から降り注ぐ荷電粒子は、南極から北極に向かう磁界に対して斜めに入射するとしよう。



図II-2

このとき、荷電粒子は磁界に沿って (カ) 運動して移動し、その後、両極に移動した荷電粒子は酸素分子や窒素分子にぶつかり発光する。この発光現象は (キ) と呼ばれ、緯度の高いところでよく観察される。地球科学分野においては大変興味深い現象である。

問1 (ア)と(イ)にあてはまる最も適当な語句を記せ。

問2 磁界に垂直な速度成分について、(ア)の大きさである(ウ)を B, m, q, v, θ から必要な記号を用いて表せ。

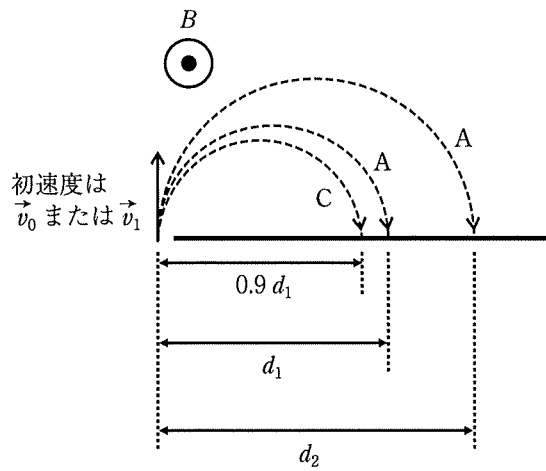
問3 半径(ク)を B, m, q, v, θ から必要な記号を用いて表せ。

問4 周期(ケ)を B, m, q, θ から必要な記号を用いて表せ。

問5 下線部(a)について、図Ⅱ-1のように荷電粒子が z 軸方向の磁界に対して、初速度 \vec{v} 、入射角 θ で原点 O に入射したとする。その後、この荷電粒子がはじめて z 軸上に戻ってくる点と原点 O との間の距離を、 B, m, q, v, θ から必要な記号を用いて表せ。

問6 (カ)と(キ)にあてはまる最も適当な語句を記せ。

さて、生物学分野において多用されているのであるが、磁界を用いた実験装置によって、荷電粒子の質量の比を求めることができる。例えばタンパク質も、イオン化することによって質量の比を求めることが可能となる。図Ⅱ-3のように、真空中で磁束密度 B の一様な磁界が紙面と垂直方向で上向きにかかっているとき、荷電粒子が磁界と垂直に入射する場合を考えてみる。真空中の磁界に初速度 \vec{v}_0 で入射した荷電粒子 A (正イオン、電荷 q 、質量 m) は、入射方向と同じ平面内で半円を描いて戻ってくる。このときの半円の直径を d_1 とする。



図Ⅱ-3

次に入射する荷電粒子A（正イオン，電荷 q ，質量 m ）の初速度を \vec{v}_1 に変えたところ，半円は大きくなりその直径は d_2 となった。さらに， q と同じ電荷をもつが質量が異なる荷電粒子C（電荷 q ，質量 M ）を，最初の荷電粒子と同じ方向に初速度 \vec{v}_0 で入射したところ，半円は小さくなりその直径は $0.9d_1$ となった。これらのことから，2つの荷電粒子AとCの質量の相対的な関係が求められる。

問7 下線部(b)について，初速度 \vec{v}_1 の大きさ v_1 を d_1 ， d_2 ， v_0 を用いて表せ。また半円を描く時間（すなわち，荷電粒子の飛行時間）を d_1 ， v_0 を用いて表せ。ただし， v_0 は \vec{v}_0 の大きさとする。

問8 下線部(c)について，荷電粒子Cの質量 M を， m を用いて表せ。

[以下余白]