

## 1

1個のサイコロを2回投げ、1回目に出た目を $a$ 、2回目に出た目を $b$ とする。

次の問に答えよ。

- (1)  $b$ が $\frac{a^2}{6}$ に等しいか、より大きいとき、 $a$ が3である確率を求めよ。
- (2)  $\sin \frac{b}{4}\pi$ が $\cos \frac{a}{4}\pi$ とは異なる確率を求めよ。
- (3)  $b^2 - 7b - ab - 2a^2 + 11a + 6 > 0$ となる確率を求めよ。

## 2

次の問に答えよ。ただし、

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451, \log_{10} 11 = 1.0414,$$

とする。

- (1)  $3^{20}$ の1の位の数字を求めよ。
- (2)  $n$ を自然数とし、 $3^n$ が21桁で1の位の数字が7となるとき、 $n$ の値を求めよ。
- (3)  $7^{70}$ の最高位の数字を求めよ。
- (4)  $7^{70}$ の最高位の次の位の数字を求めよ。

### 3

$xyz$  空間内において、次の条件を満たす点  $P(x, y, z)$  の軌跡が表す図形を  $F$  とする。

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}(z - \sqrt{2})^2$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{2}$$

たとえば、 $z = 0$  のとき、すなわち、 $xy$  平面内では、図形  $F$  は円  $x^2 + y^2 = 1$  のうち、 $x \geq 0, y \geq 0$  の部分を表す。また、平面  $z = \sqrt{2}$  内では、図形  $F$  は 1 点  $A(0, 0, \sqrt{2})$  を表す。

図形  $F$  は底面が  $xy$  平面内の円  $x^2 + y^2 = 1$ 、頂点が点  $A$  の円錐の側面の一部である。

次の問に答えよ。

- (1) 図形  $F$  上の点で  $x$  座標が  $x = t$  である点を  $P_t(t, y, z)$  とするとき、 $z$  のとり得る値の範囲を  $t$  で表せ。
- (2) 点  $O_t(t, 0, 0)$  と点  $P_t$  の距離  $O_tP_t$  に対して、 $(O_tP_t)^2$  を  $t$  と  $z$  で表せ。
- (3)  $(O_tP_t)^2$  の最大値を  $t$  で表せ。

[以 下 余 白]