

# 入学試験問題

## 数学(文科)



(配点 80 点)

令和 3 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。



# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

$a$  を正の実数とする。座標平面上の曲線  $C$  を  $y = ax^3 - 2x$  で定める。原点を中心とする半径 1 の円と  $C$  の共有点の個数が 6 個であるような  $a$  の範囲を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

## 第 2 問

$N$  を 5 以上の整数とする。1 以上  $2N$  以下の整数から、相異なる  $N$  個の整数を選ぶ。ただし 1 は必ず選ぶこととする。選んだ数の集合を  $S$  とし、 $S$  に関する以下の条件を考える。

条件 1 :  $S$  は連続する 2 個の整数からなる集合を 1 つも含まない。

条件 2 :  $S$  は連続する  $N-2$  個の整数からなる集合を少なくとも 1 つ含む。

ただし、2 以上の整数  $k$  に対して、連続する  $k$  個の整数からなる集合とは、ある整数  $l$  を用いて  $\{l, l+1, \dots, l+k-1\}$  と表される集合を指す。例えば  $\{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$  は連続する 3 個の整数からなる集合  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{7, 8, 9\}$ ,  $\{8, 9, 10\}$  を含む。

(1) 条件 1 を満たすような選び方は何通りあるか。

(2) 条件 2 を満たすような選び方は何通りあるか。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

$a, b$  を実数とする。座標平面上の放物線

$$C: y = x^2 + ax + b$$

は放物線  $y = -x^2$  と 2 つの共有点を持ち、一方の共有点の  $x$  座標は  $-1 < x < 0$  を満たし、他方の共有点の  $x$  座標は  $0 < x < 1$  を満たす。

- (1) 点  $(a, b)$  のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ。
- (2) 放物線  $C$  の通りうる範囲を座標平面上に図示せよ。



# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

以下の問いに答えよ。

- (1) 正の奇数  $K, L$  と正の整数  $A, B$  が  $KA = LB$  を満たしているとする。 $K$  を 4 で割った余りが  $L$  を 4 で割った余りと等しいならば、 $A$  を 4 で割った余りは  $B$  を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (2) 正の整数  $a, b$  が  $a > b$  を満たしているとする。このとき、 $A = {}_{4a+1}C_{4b+1}$ ,  $B = {}_aC_b$  に対して  $KA = LB$  となるような正の奇数  $K, L$  が存在することを示せ。
- (3)  $a, b$  は (2) の通りとし、さらに  $a - b$  が 2 で割り切れるとする。 ${}_{4a+1}C_{4b+1}$  を 4 で割った余りは  ${}_aC_b$  を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (4)  ${}_{2021}C_{37}$  を 4 で割った余りを求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)