

1 次の各問の解答を解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (1) 方程式 $x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 4x + 2 = 0$ は複素数 $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ を解にもつ。この方程式の実数解をすべて求めよ。
- (2) 座標空間に2点 $A(0, -1, 1)$ と $B(-1, 0, 0)$ をとる。線分 AB を z 軸のまわりに1回転してできる面と2つの平面 $z = 0, z = 1$ とで囲まれた部分の体積を求めよ。
- (3) 座標平面上の2つの曲線 $y = ae^x$ と $y = -x^2 + 2x$ が共有点を持ち、かつ、その共有点において共通の接線をもつような正の定数 a の値を求めよ。
- (4) 箱が6個あり、1から6までの番号がついている。赤、黄、青それぞれ2個ずつ合計6個の玉があり、ひとつの箱にひとつずつ玉を入れるとする。ただし、隣り合う番号の箱には異なる色の玉が入るようにする。このような入れ方は全部で何通りあるかを求めよ。

- 2 点 O を中心とする半径 1 の円の周上に相異なる 3 点 A, B, C があり, 実数 b, c に対して

$$\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

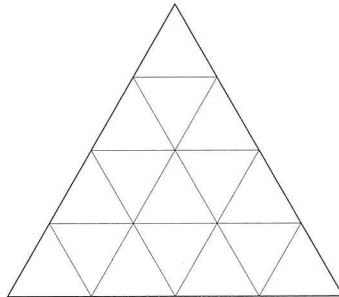
の関係を満たしている。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle BAO = \beta, \angle CAO = \gamma$ とするとき, b と c の値を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の垂心を H とする。 $b = c$ のとき, \overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} および b を用いて表せ。

- 3 実数 a が $0 \leq a \leq 1$ を満たしながら動くとき, 座標平面において 3 次関数 $y = x^3 - 2ax + a^2$ ($0 \leq x \leq 1$) のグラフが通過する領域を A とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 直線 $x = \frac{1}{2}$ と A との共通部分に属する点の y 座標のとり得る範囲を求めよ。
- (2) A に属する点の y 座標の最小値を求めよ。
- (3) A の面積を求めよ。

- 4 1辺の長さが1の正三角形を下図のように積んでいく。図の中には大きさの異なつたいくつかの正三角形が含まれているが、底辺が下側にあるものを「上向きの正三角形」、底辺が上側にあるものを「下向きの正三角形」とよぶことにする。例えば、この図は1辺の長さが1の正三角形を4段積んだものであり、1辺の長さが1の上向きの正三角形は10個あり、1辺の長さが2の上向きの正三角形は6個ある。また、1辺の長さが1の下向きの正三角形は6個ある。上向きの正三角形の総数は20であり、下向きの正三角形の総数は7である。こうした正三角形の個数に関して、次の問いに答えよ。



- (1) 1辺の長さが1の正三角形を5段積んだとき、上向きと下向きとを合わせた正三角形の総数を求めよ。
- (2) 1辺の長さが1の正三角形を n 段（ただし n は自然数）積んだとき、上向きの正三角形の総数を求めよ。
- (3) 1辺の長さが1の正三角形を n 段（ただし n は自然数）積んだとき、下向きの正三角形の総数を求めよ。

[以 下 余 白]