

2023年度	
数	学
(問題)	

〈R05173616〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
  - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番→	万	千	百	十	一
	3	8	2	5	

- (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
- (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

1

ア ~ エ にあてはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (1)  $n$  を 2 以上の整数とする. 整数  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$  に対し,  $y$  軸に平行な直線  $x = 2^{k-1}$  と曲線  $y = \log_2 x$  の交点を  $P_k$  とする. このとき, 線分  $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{n-1}P_n$  と直線  $x = 2^{n-1}$  および  $x$  軸で囲まれる図形の面積を  $S(n)$  とする. 不等式

$$\frac{S(n)}{2^n} \geq 2023$$

を満たす最小の  $n$  は  である.

- (2)  $m, n$  を正の整数とする. 半径 1 の円に内接する  $\triangle ABC$  が

$$\sin \angle A = \frac{m}{17}, \quad \sin \angle B = \frac{n}{17}, \quad \sin^2 \angle C = \sin^2 \angle A + \sin^2 \angle B$$

を満たすとき,  $\triangle ABC$  の内接円の半径は  である.

- (3)  $n$  を正の整数とする. 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たす  $n$  次関数  $f(x)$  のうち  $n$  が最小のものは,  $f(x) =$   である.

(i)  $f(1) = 2$

(ii)  $\int_{-1}^1 (x+1)f(x)dx = 0$

(iii) すべての正の整数  $m$  に対して,  $\int_{-1}^1 |x|^m f(x)dx = 0$

- (4) 次の操作 (\*) を考える.

(\*) 1 個のサイコロを 3 回続けて投げ, 出た目を順に  $a_1, a_2, a_3$  とする.  $a_1, a_2, a_3$  を 3 で割った余りをそれぞれ  $r_1, r_2, r_3$  とするとき, 座標空間の点  $(r_1, r_2, r_3)$  を定める.

この操作 (\*) を 3 回続けて行い, 定まる点を順に  $A_1, A_2, A_3$  とする. このとき,  $A_1, A_2, A_3$  が正三角形の異なる 3 頂点となる確率は  である.

- 2 中心  $O$ 、半径  $1$  の球に内接する四面体で、その  $4$  頂点  $T_1, T_2, T_3, T_4$  が次の条件 (i), (ii) を満たすものを考える.

$$(i) \quad |\overrightarrow{T_1T_2}| = \sqrt{3}$$

$$(ii) \quad k(\overrightarrow{OT_1} + \overrightarrow{OT_2}) + \overrightarrow{OT_3} + \overrightarrow{OT_4} = \vec{0}$$

ここで、 $k$  は  $2$  未満の正の実数とする。次の設問に答えよ。

- (1) 線分  $T_3T_4$  の中点を  $M$  としたとき、 $\triangle T_1T_2M$  の面積を  $k$  を用いて表せ。
- (2) 各  $k$  に対し、上の条件を満たす四面体の体積の最大値を  $V(k)$  とする。  
 $V(k)$  が最大になるときの  $k$  の値を求めよ。

- 3  $n$  を正の整数とする。次の設問に答えよ。

- (1)  $n^2 + n + 1$  が  $7$  で割り切れるような  $n$  を小さい順に並べるとき、  
100 番目の整数  $n$  を求めよ。
- (2)  $n^2 + n + 1$  が  $91$  で割り切れるような  $n$  を小さい順に並べるとき、  
100 番目の整数  $n$  を求めよ。

[以下余白]

記述解答用紙

1

--	--

2

--	--

3

--	--

<2023 R05173616>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) ・所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。  
記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。  
・受験番号は上下の両欄に記入すること。

<2023 R05173616>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) ・所定欄以外に受験番号・氏名を記入してはならない。  
記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。  
・受験番号は上下の両欄に記入すること。

数 学

採点欄

--

3

(1)

採点欄

--

1

ア	イ	ウ	エ

採点欄

--

2

(1)

(2)

この線で二つに折ること

(2)